

Grundpraktikum M2 Trägheitsmomente

Julien Kluge

4. Juni 2015

Student: Julien Kluge [REDACTED]

Partner: [REDACTED]

Betreuer: Dr. Ulrike Herzog

Raum: 315

Messplatz: 2

Inhaltsverzeichnis

1	Abstract	1
2	Versuchsdurchführung/-Erklärung	2
2.1	Bestimmung des Trägheitsmomentes des Drehtisches	2
2.2	Bestimmung des Trägheitsmomentes eines Verstellbaren Zylinders	2
3	Mess-/Fehlerwerte und Auswertung	2
3.1	Bestimmung des Trägheitsmomentes des Drehtisches	2
3.2	Überprüfung des Trägheitsellipsoides	2
4	Fehler-/Ergebniseinschätzung	3
4.1	Trägheitsmoment des Drehtisches	3
4.2	Trägheitsmoment des verstellbaren Zylinders	3
5	Anlagen	4
5.1	Abbildungen	4
5.2	Aufgenommene Messwerte	5
6	Quellen	6

1 Abstract

Bei einer Rotationsbewegung, werden die Infinitesimal kleinen Teilmassen dm mit einer gewissen Tangentialgeschwindigkeit gedreht, welche abhängig von dem Abstand zur Drehachse A ist. Wandelt man dieses Massenintegral über die Dichte zu einem Volumenintegral können die Trägheitsmomente J elementarer Körper berechnet werden. Über den Steiner'schen Satz, können Trägheitsmomente außerdem über das bloße wissen der Masse, des Abstandes und des Trägheitsmomentes des Schwerpunktes, in jeder Achse ermittelt werden. Experimentell wurde dieses im Folgenden nur ~~wage~~ bestätigt.

2 Versuchsdurchführung/-Erklärung

2.1 Bestimmung des Trägheitsmomentes des Drehtisches

Einen mit einer Schneckenfeder gelagerter Drehtisch wurde als erste um ein gewisses Maß ausgelenkt. Durch die entstehende Rücktreibende Kraft, entsteht ein gedämpft schwingendes System. Dieses kann über eine Differentialgleichung zu einer Periodendauer T bestimmt werden.

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{D} (J_Z + J_T) \quad (1)$$

Dabei ist J_T das Trägheitsmoment des Tisches und J_Z das eines zusätzlichen Körpers. Wenn nun eine Scheibe der Masse m_S in verschiedenen Abständen zum Mittelpunkt auf den Drehtisch gelegt wird, kann über die nun unterschiedlichen Periodendauern regressiert werden um das Trägheitsmoment des Drehtisches zu bestimmen.

2.2 Bestimmung des Trägheitsmomentes eines Verstellbaren Zylinders

Ein ähnlicher Versuchsdurchlauf wurde mit einem, in seinem Winkel verstellbaren, Zylinder gemacht, welcher an einer Halterung befestigt war, welche auf die Mitte des Drehtisches gelagert wurde. Durch Verstellen des Winkels wurde eine Änderung des Trägheitsmomentes provoziert und damit einhergehend die Veränderung der Periodendauer. Mithilfe dieser Werte konnte nach

$$J_\gamma = J_Z + (J_y - J_Z) \sin^2(\gamma) \quad (2)$$

eine Regression gemacht werden mithilfe dessen die Linearität geprüft werden konnte. Das ermöglicht die Überprüfung des Trägheitsellipsoides.

3 Mess-/Fehlerwerte und Auswertung

3.1 Bestimmung des Trägheitsmomentes des Drehtisches

Eine kleine Masse ($m_S = (0.2464 \pm 0.0001)\text{kg}$) wurde nach der Versuchsbeschreibung auf den Drehtisch in unterschiedlichen Abständen gelagert. Die unterschiedlichen Periodendauern wurden gemessen und es wurde nach 1 regressiert ($a(x + b)$). Durch Überlegen ergibt sich, dass das Trägheitsmoment des Drehtisches gegeben ist durch den Abstand der beiden Achsenschnittpunkte. Mit der Regressionsformel ist dies direkt in b ausgedrückt. Den durchgeführten Prozess (wobei die Fehler nach gauß'scher Fehlerfortpflanzung bestimmt wurden) mit den Messwerten ist visuell in Abb. 1 zu sehen. Der endgültige Wert für den Tisch ist demnach:

- $J_T \approx (6.15 \pm 0.13)10^{-4}\text{kg} \cdot \text{m}^2$

Der proportionale Zusammenhang zwischen dem Periodenquadrat T^2 und dem Trägheitsmoment kann mit großer Wahrscheinlichkeit demnach als bestätigt angesehen werden.

3.2 Überprüfung des Trägheitsellipsoides

Die Formel 2 wurde aus

$$J_{\vec{n}} = J_y \sin^2(\gamma) + J_Z(1 - \sin^2(\gamma))$$

hergeleitet. Über weitere Umformung, und der Identität $\vec{p} = \frac{\vec{n}}{\sqrt{J_{\vec{n}}}}$, kann die Formel für das Trägheitsellipsoides in den p -Koordinaten hergeleitet werden.

$$1 = J_x p_x^2 + J_y p_y^2 + J_z p_z$$

Die Überprüfung kann mit der Regression nach Formel 2 erfolgen.

Leider wurde im Experiment vergessen, die Halterung ohne Gewicht zu messen und daraus das Trägheitsmoment zu berechnen. Somit müssen alle Werte mit einem großen Fehler abgeschätzt werden und es ist mit unbekanntem, systematischen Fehlern zu rechnen. Mit den gemessenen Werten entsteht die Regression wie in Abb. 2 gezeigt. Vergleicht man die nun gewonnenen Werte mit den, aus den Integralen berechneten, fällt eine große Diskrepanz auf.

$$\begin{aligned} J_{0^\circ} &= \rho \int \int \int_V r_{\perp}^2 dV \\ &= \frac{1}{2} m R^2 \approx 1.59 \cdot 10^{-3} \text{kg} \cdot \text{m}^2 \\ J_{90^\circ} &= \frac{1}{4} m R^2 + \frac{1}{12} m l^2 \approx 9.85 \cdot 10^{-4} \text{kg} \cdot \text{m}^2 \end{aligned}$$

keine Fehlerangabe und
beides falsch berechnet

Gemessen:

$$\begin{aligned} J_{0^\circ} &= (1.18 \pm 0.07) 10^{-3} \text{kg} \cdot \text{m}^2 \\ J_{90^\circ} &= (9.03 \pm 0.44) 10^{-4} \text{kg} \cdot \text{m}^2 \end{aligned}$$

Die zeigt eine Abweichung von circa 25%. Dies ist zu viel um eine physikalisch valide Grundaussage über den zugrunde liegenden Sachverhalt zu machen.

4 Fehler-/Ergebniseinschätzung

4.1 Trägheitsmoment des Drehtisches

Der Hauptfehler in diesem Experiment dürfte wohl der Abstand zum Drehmittelpunkt sein. Dieser wurde über den Gesamtabstand aller Punkte gemittelt unterscheidet sich trotzdem von Punkt zu Punkt um circa 2mm. Ein ebenfalls großer Fehler kam durch die Zeitmessung zustande. Erst recht durch den evtl. systematisch überlagerten Reaktionsfehler des Experimentators. Trotzdem darf dem ermittelten Ergebnis (welches eine Abweichung von 2% zeigt) vertraut werden.

4.2 Trägheitsmoment des verstellbaren Zylinders

Wie bereits oben erwähnt, wurde der Fehler gemacht, nicht das Gestell selbst zu messen um dessen Trägheitsmoment zu bestimmen. Demnach entsteht ein großer systematischer Fehler, dessen Abschätzung sich im Auswerten als zu unbeständig herausgestellt hat. Ein weiterer großer Fehler entstand durch das Einstellen des Winkels, da dies nur sehr schlecht über Augenmaß vorgenommen werden konnte. Es verbleibt ebenfalls noch der eventuelle Zeitmessfehler, welcher auch beim Drehtisch bestand.

Schlussendlich kann gesagt werden, dass diesen Ergebnissen absolut nicht zu vertrauen ist. Das zeigt sich insbesondere bei den starken Diskrepanzen zwischen berechneten Werten und gemessenen.

5 Anlagen

5.1 Abbildungen

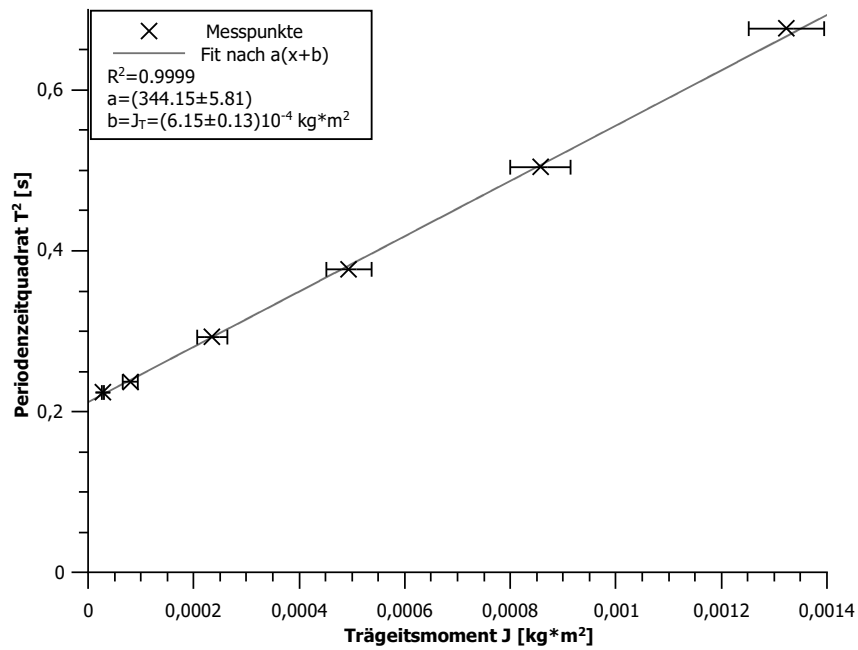


Abbildung 1: Abhängigkeit des Periodenquadrates von dem Trägheitsmoment

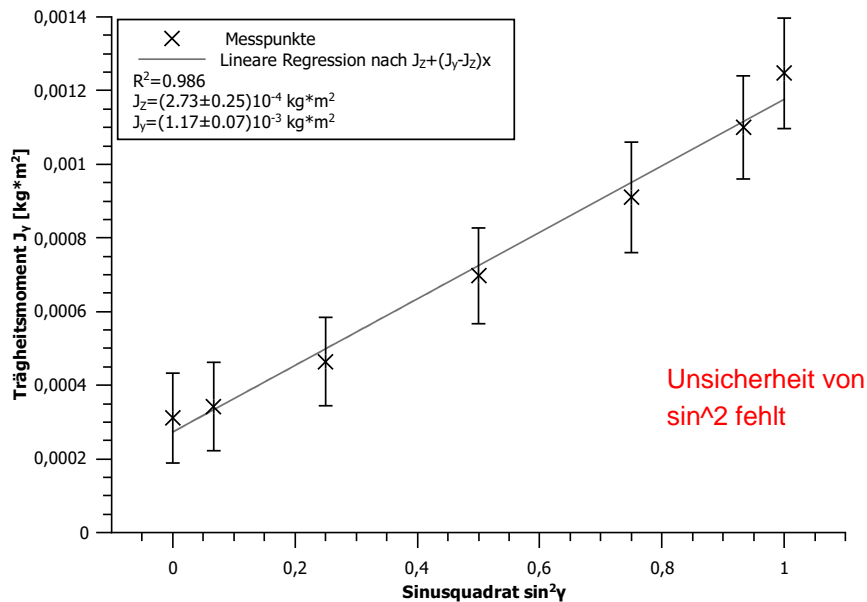
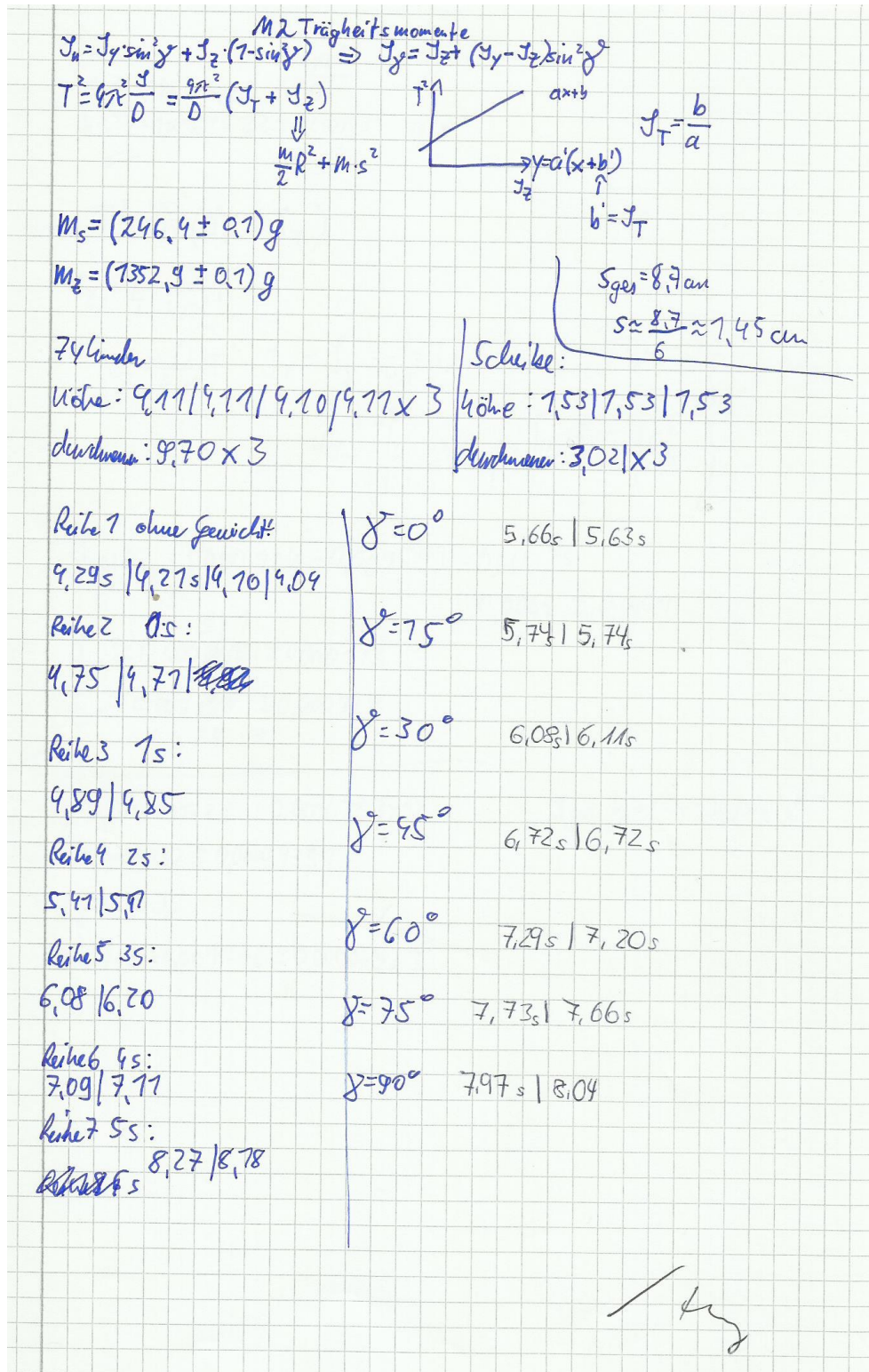


Abbildung 2: Abhängigkeit des Sinusquadrates vom Winkel γ zum Trägheitsmoment

5.2 Aufgenommene Messwerte



6 Quellen

1. Script zum Grundpraktikum (Formeln, Versuchsbeschreibung)